

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ**

**ПО МАТЕМАТИКА**

**23.05.2018 г. – Вариант 1**

**МОДУЛ 1**

**Време за работа – 90 минути**

*Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!*

**Задача 1. Кое от посочените числа НЕ е цяло?**

- А)  $(0,5)^{-2}$                       Б)  $(-32)^{\frac{1}{5}}$                       В)  $(-8)^{\frac{1}{3}}$                       Г)  $64^{\frac{1}{4}}$

**Задача 2. При  $a < b < 2a$  изразът  $\sqrt[3]{(a-b)^3} + \sqrt{(a-b)^2} + 2|b-2a|$  е тъждествено равен на:**

- А)  $6a-4b$                       Б)  $2b-4a$                       В) 0                      Г)  $4a-2b$

**Задача 3. При  $x \neq \pm 1$  изразът  $\frac{x+1}{x^2-1} - \frac{x}{x-1}$  е тъждествено равен на:**

- А) 1                      Б) -1                      В)  $\frac{1}{x-1}$                       Г)  $\frac{1}{x^2-1}$

**Задача 4. Кое от изброените числа НЕ е решение на уравнението**

$$(x-1)(x-3)(x-5) + (5-x)(x-3)(x-1)(x+1) = 0 ?$$

- А) -1                      Б) 1                      В) 3                      Г) 5

**Задача 5. Стойността на израза  $3^{\frac{4}{3}} - 3^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} - 3^{\frac{8}{3}} : 3^{\frac{4}{3}}$  е:**

- А) -9                      Б) -3                      В) 3                      Г) 9

**Задача 6. Реалните корени на уравнението  $-2x^4 - x^2 + 1 = 0$  са:**

- А)  $\pm 1; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$                       Б)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$                       В)  $\pm 1$                       Г)  $1; \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Задача 7.** Ако  $x_1$  и  $x_2$  са корени на уравнението  $4x^2 - 7x + 1 = 0$ , то кое от твърденията НЕ е вярно?

- А)  $x_1 x_2 = -\frac{1}{4}$       Б)  $x_1 x_2 > 0$       В)  $x_1 + x_2 > 0$       Г)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 7$

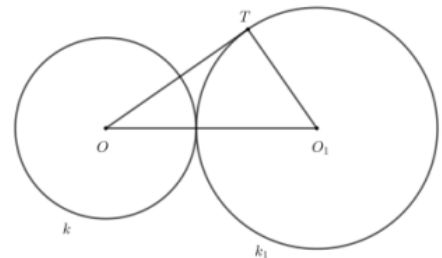
**Задача 8.** Изразът  $M = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$  е тъждествено равен на:

- А) 1      Б)  $2 \sin 2\alpha$       В) 2      Г) -1

**Задача 9.** В  $\triangle ABC$  е построена права, успоредна на  $AC$ , която пресича страните  $AB$  и  $BC$  съответно в точки  $P$  и  $Q$ . Ако  $BQ:QP = 5:4$  и  $BC = 15$  cm, намерете дължината на страната  $AC$ .

- А) 18,75 cm      Б) 15 cm      В) 12 cm      Г) 9 cm

**Задача 10.** Окръжностите  $k(O; r=3)$  и  $k_1(O_1; r_1=4)$  се допират външно. През точката  $O$  е построена допирателна  $OT$  към  $k_1$ . Лицето на  $\triangle OOT$  е:



- А)  $3\sqrt{10}$       Б)  $6\sqrt{10}$       В)  $2\sqrt{33}$       Г)  $4\sqrt{33}$

**Задача 11.** На кой интервал принадлежи абсцисата на върха на параболата

$$y = \frac{1}{3}x^2 + x - 6?$$

- А)  $(-\infty; -2)$       Б)  $(-\infty; -1)$       В)  $(-6,75; -2)$       Г)  $(-1; 1,5)$

**Задача 12.** Дадена е числова редица с общ член  $a_n = \frac{n-1}{n+3}, \forall n \in \mathbb{N}$ . Стойността на  $a_4 \cdot a_8$  е:

- А)  $\frac{3}{11}$       Б)  $\frac{5}{11}$       В)  $\frac{3}{7}$       Г)  $\frac{45}{77}$

**Задача 13.** Разликата на аритметична прогресия е  $\frac{1}{2}$ . Намерете 22-рия член на редицата, ако вторият ѝ член е 2.

- А) 12      Б) 12,5      В) 13      Г) 22

**Задача 14.** Стойността на израза  $\sin \frac{3\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2}$  е равна на стойността на:

- А)  $\sin \pi$                       Б)  $2\sin \frac{\pi}{2}$                       В)  $2\sin \frac{3\pi}{2}$                       Г)  $2\sin \frac{3\pi}{4} - 2\sin \frac{3\pi}{2}$

**Задача 15.** Ако от група ученици могат да се изберат двама по 45 начина, то колко ученици има в тази група?

- А) 90                      Б) 30                      В) 20                      Г) 10

**Задача 16.** Към статистическия ред 2, 5, 7, 9, 17 е добавено ново число така, че двата реда да имат една и съща средноаритметична стойност. Медианата на новия ред е:

- А) 7                      Б) 7,5                      В) 8                      Г) 8,5

**Задача 17.** В  $\triangle ABC$  страната  $AB = 2\sqrt{2}$  cm, а дължината на радиуса на описаната около него окръжност е  $R = 2$  cm. Градусната мярка на  $\sphericalangle ACB$ , ако той е най-големият ъгъл в триъгълника, е:

- А)  $45^\circ$                       Б)  $90^\circ$                       В)  $120^\circ$                       Г)  $135^\circ$

**Задача 18.** В успоредник дължините на по-малката страна и на по-малкия диагонал са съответно равни на 8 cm и 6 cm, а ъгълът между тях е  $60^\circ$ . Дължината на другия диагонал на успоредника е равна на:

- А)  $4\sqrt{5}$  cm                      Б) 8 cm                      В)  $6\sqrt{3}$  cm                      Г) 14 cm

**Задача 19.** Дължините на диагоналите на четириъгълник са  $\sqrt{3}-1$  cm и  $2\sqrt{2}$  cm, а ъгълът между тях е  $105^\circ$ . Лицето на четириъгълника е:

- А)  $\frac{1}{2}$  cm<sup>2</sup>                      Б) 1 cm<sup>2</sup>                      В)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$  cm<sup>2</sup>                      Г) 2 cm<sup>2</sup>

**Задача 20.** Равнобедрен трапец с остър ъгъл  $30^\circ$  е описан около окръжност. Ако височината му е равна на 10 cm, то дължината на голямата основа е:

- А)  $40-10\sqrt{3}$  cm                      Б)  $20-10\sqrt{3}$  cm                      В) 20 cm                      Г)  $20+10\sqrt{3}$  cm

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ  
ПО МАТЕМАТИКА**

**23.05.2018 г. - Вариант 1**

**МОДУЛ 2**

**Време за работа – 150 минути**

*Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!*

**Задача 21.** Пресметнете стойността на израза  $\frac{\sqrt{8+2\sqrt{15}}(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ .

**Задача 22.** Намерете най-голямата стойност на функцията  $f(x) = x^2 - 7x + 6$  в интервала  $[1; 5]$ .

**Задача 23.** Намерете произведението от първия и третия член на числова редица с положителни членове, за която  $a_1^2 + a_1 - 6 = 0$  и  $a_n = 2a_{n-1} - 1, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ .

**Задача 24.** От всички трицифрени числа, записани с различни четни цифри, чийто сбор е 12, е избрано едно число. Определете каква е вероятността това число да се дели на 15.

**Задача 25.** Периметърът на равнобедрен триъгълник е 18 cm. Основата му е с 3 cm по-голяма от бедрото. Намерете дължината на радиуса на описаната около триъгълника окръжност.

*Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!*

**Задача 26.** Намерете най-голямото цяло отрицателно число и най-малкото цяло положително число, които са решения на неравенството  $\frac{2-x}{x^2-x-2} \leq \frac{2-x}{x^2+x-2}$ .

**Задача 27.** Решете уравнението  $x^2 + x + \sqrt{x^2 + x + 1} = 1$ .

**Задача 28.** Дължините на страните на триъгълник, измерени в сантиметри, са последователни естествени числа.

а) Намерете дължините на страните и лицето на триъгълника, ако той е правоъгълен.

б) Намерете дължините на страните и лицето на триъгълника, ако той е тупоъгълен.

## ФОРМУЛИ

### Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \quad D = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{при } D \geq 0$$
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{Формули на Виет: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

### Квадратна функция

Графиката на  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$  е парабола с връх точката  $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$

### Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$
$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}, \quad a \neq 0 \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{при } a \geq 0, k \geq 2, n \geq 2 \text{ и } m, n, k \in \mathbb{N}$$
$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x \quad a^{\log_a b} = b \quad \log_a a^x = x \quad \text{при } a > 0, b > 0 \text{ и } a \neq 1$$

### Комбинаторика

Брой на пермутациите на  $n$  елемента:  $P_n = n \cdot (n-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Брой на вариациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $V_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}$

Вероятност за настъпване на събитието  $A$ :

$$p(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}}, \quad 0 \leq p(A) \leq 1$$

### Прогресии

Аритметична прогресия:  $a_n = a_1 + (n-1)d$   $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

Геометрична прогресия:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$   $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Формула за сложна лихва:  $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$

### Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник:  $c^2 = a^2 + b^2$        $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$        $a^2 = a_1c$        $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$        $r = \frac{a+b-c}{2}$        $\sin \alpha = \frac{a}{c}$        $\cos \alpha = \frac{b}{c}$        $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$        $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Формула за медиана:

$$m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2) \quad m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2) \quad m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$$

Формула за ъглополовяща:  $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$        $l_c^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник:  $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

### Формули за лице

Триъгълник:  $S = \frac{1}{2}ch_c$        $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$        $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$S = pr \quad S = \frac{abc}{4R}$$

Успоредник:  $S = ah_a$        $S = ab \sin \alpha$       Трапец:  $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник:  $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник:  $S = pr$

### Тригонометрични функции

$\alpha^\circ$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\alpha \text{ rad}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$



**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ**

**ПО МАТЕМАТИКА**

**23.05.2018 г. - Вариант 1**

**Ключ с верните отговори**

<b>№</b>	<b>Отговор</b>	<b>Брой точки</b>
1	Г	2
2	Г	2
3	Б	2
4	А	2
5	А	2
6	Б	2
7	А	2
8	В	3
9	В	3
10	В	2
11	Б	3
12	А	3
13	А	3
14	В	3
15	Г	2
16	Б	3
17	Г	3
18	Г	3
19	Б	2
20	Г	3
21	2	4
22	$f(1) = 0$	4
23	10	4

24	$P = \frac{1}{5}$	4
25	$R = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6} \text{ cm}$	4
26	Най-голямото цяло отрицателно число е $(-3)$ , най-малкото цяло положително число е 3.	10
27	$x_1 = 0, x_2 = -1$	10
28	а) 3 cm, 4 cm, 5 cm и $S = 6 \text{ cm}^2$ ; б) 2 cm, 3 cm, 4 cm и $S = \frac{3\sqrt{15}}{4} \text{ cm}^2$ .	10

**Задача 26. Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението**

Разлагане на знаменателите и получаване на $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$ и $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$ .	2 точки
Определяне на ДС $x \neq \pm 1, x \neq \pm 2$ .	1 точка
Извършване на тъждествени преобразувания $\frac{(2-x)(x^2+x-2) - (2-x)(x^2-x-2)}{(x^2-x-2)(x^2+x-2)} \leq 0$ (1 точка) $\frac{(2-x)(x^2+x-2-x^2+x+2)}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x(2-x)}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} \leq 0$ (1 точка) $\Leftrightarrow \frac{2x(x-2)}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} \geq 0$ (1 точка) $\Rightarrow 2x(x+1)(x-1)(x+2) \geq 0, x \neq \pm 1, x \neq \pm 2$ (1 точка)	4 точки
Намиране интервалите на решения $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 0] \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$ .	2 точки
Определяне на най-голямото цяло отрицателно число $(-3)$ в множеството от решения и на най-малкото цяло положително число 3.	1 точка

**Задача 27. Решение.**

**1-ви начин:** Полагаме  $t = x^2 + x$  и получаваме  $\sqrt{t+1} = 1-t \Rightarrow t+1 = 1-2t+t^2 \Leftrightarrow t^2 - 3t = 0$  с решения  $t_1 = 0, t_2 = 3$ . С проверка установяваме, че само  $t_1 = 0$  е решение. Решаваме уравнението  $x^2 + x = 0$  и получаваме  $x_1 = 0, x_2 = -1$ .

**2-ри начин:** Полагаме  $u = \sqrt{x^2 + x + 1}, u > 0$  и получаваме  $u^2 + u - 2 = 0$ . От корените на това уравнение само  $u_1 = 1, u_1 > 0$ , а  $u_2 = -2, u_2 < 0$  отпада. Решаваме уравнението  $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 + x = 0$ . Окончателно  $x_1 = 0, x_2 = -1$ .

**Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението**

**1-ви начин:**

За полагане $t = x^2 + x$ или подобно полагане.	<b>1 точка</b>
За записване на уравнението във вида $\sqrt{t+1} = 1-t$ .	<b>1 точка</b>
За правилно повдигане на квадрат и достигане до $t^2 - 3t = 0$ .	<b>2 точки</b>
За намиране на корените му $t_1 = 0, t_2 = 3$ .	<b>2 точки</b>
За направена проверка, определени ДС за $t$ или работа по теоремата за еквивалентни преобразувания, което води до верни изводи за корена $t_1 = 0$ .	<b>2 точки</b>
За решаване на уравнението $x^2 + x = 0$ и намиране $x_1 = 0, x_2 = -1$ .	<b>2 точки</b>

**2-ри начин:**

За направено полагане от вида $u = \sqrt{x^2 + x + 1}, u > 0$ .	<b>2 точки</b>
За достигане до уравнението $u^2 + u - 2 = 0$ .	<b>2 точки</b>
За определяне на корените му $u_1 = 1, u_2 = -2$ .	<b>2 точки</b>
За решаване на уравнението $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$ . ( <b>1 точка</b> за повдигане на квадрат и <b>2 точки</b> за решаване на полученото уравнение)	<b>3 точки</b>
За установяване на липса на решения на уравнението $\sqrt{x^2 + x + 1} = -2$ или отхвърляне на $u_2 = -2$ .	<b>1 точка</b>

**Задача 28. Решение.** а) Да означим страните на триъгълника с  $x, x+1, x+2, x \in \mathbb{N}$ . От Питагорова теорема получаваме  $(x+1)^2 + x^2 = (x+2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ . Корените му са  $x_1 = 3, x_2 = -1$ . Коренът  $x_2 = -1$  отпада и намираме дължините на страните – 3 cm, 4 cm, 5 cm;  $S = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$ .

б) Отново да означим страните на триъгълника с  $x, x+1, x+2, x \in \mathbb{N}$ .

Ако с  $\varphi$  означим тъпия ъгъл на триъгълника, то от косинусова теорема получаваме

$$\cos \varphi = \frac{x^2 + (x+1)^2 - (x+2)^2}{2x(x+1)}. \text{ Тъй като } \cos \varphi < 0, \text{ то } \frac{x^2 - 2x - 3}{2x(x+1)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-3)(x+1)}{2x(x+1)} < 0 \Rightarrow x(x-3) < 0.$$

Решенията са  $x \in (0;3)$ . Естествените числа в интервала са  $x=1$  и  $x=2$ .

При  $x=1$  триъгълник с дължини на страните 1 cm, 2 cm, 3 cm не съществува.

При  $x=2$  триъгълника съществува и намираме дължините на страните му – 2 cm, 3 cm, 4 cm.

$$\text{Тогава } \cos \varphi = -\frac{1}{4}, \sin \varphi = \frac{\sqrt{15}}{4} \text{ и } S = \frac{ab \sin \varphi}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{3\sqrt{15}}{4} \text{ cm}^2.$$

### Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението

а) За въвеждане на неизвестно ( $x, x+1, x+2, x \in \mathbb{N}$ ) или друго.	<b>0,5 точки</b>
За прилагане на Питагорова теорема $(x+1)^2 + x^2 = (x+2)^2$ .	<b>0,5 точки</b>
За решаване на уравнението и намиране $x_1 = 3, x_2 = -1$ .	<b>1 точка</b>
За определяне дължините на страните 3 cm, 4 cm, 5 cm.	<b>0,5 точки</b>
За намиране $S = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$ .	<b>0,5 точки</b>
б) За въвеждане на неизвестно ( $x, x+1, x+2, x \in \mathbb{N}$ ) или друго.	<b>0,5 точки</b>
За прилагане на косинусова теорема и получаване на неравенството $\frac{x^2 + (x+1)^2 - (x+2)^2}{2x(x+1)} < 0$ или друго условие за тъпоъгълен триъгълник.	<b>1 точка</b>
За намиране $x \in (0;3)$ .	<b>1 точка</b>
За определяне, че при $x=1$ триъгълник със страни 1 cm, 2 cm, 3 cm не съществува.	<b>1 точка</b>
За окончателно определяне $x=2$ .	<b>1 точка</b>
За намиране дължините на страните 2 cm, 3 cm, 4 cm.	<b>0,5 точки</b>
За намиране на $\cos \varphi = -\frac{1}{4}, \sin \varphi = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .	<b>1 точка</b>
За намиране на $S = \frac{ab \sin \varphi}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{3\sqrt{15}}{4} \text{ cm}^2$ (За намиране на лицето по Хероновата формула без използване на ъгъл – <b>2 точки</b> )	<b>1 точка</b>